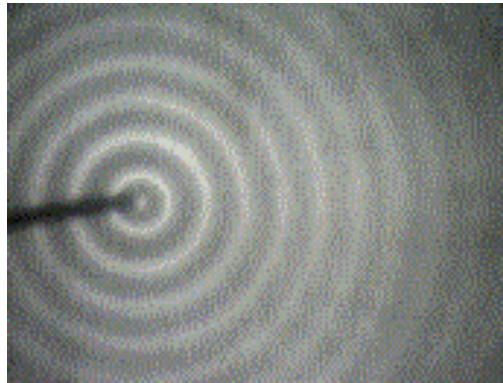


## Chapitre 2 : Superposition d'ondes

### 1. Interférences entre deux ondes de même fréquence

#### 1.1. Mises en évidence expérimentale du phénomène

- ✓ première expérience (à faire en cours + vidéo) : on réalise une expérience d'interférences à deux ondes mécaniques se propageant à la surface de l'eau.
  - premier cas : on a une seule pointe vibrante frappant la surface de l'eau.



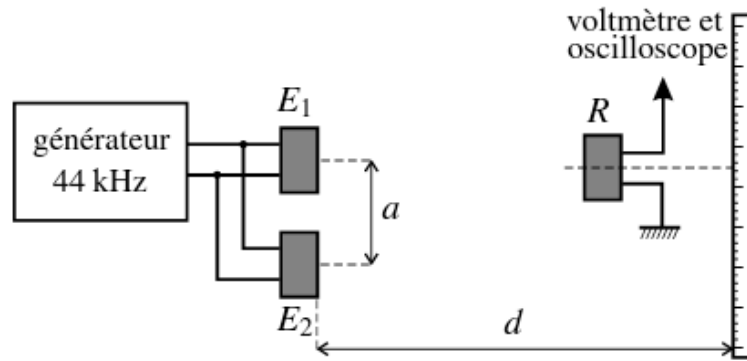
On visualise des cercles concentriques se propageant radialement depuis le point d'impact de la pointe sur le film d'eau. On parle d'onde circulaire.

- deuxième cas : deux pointes frappent la surface de l'eau donnant naissance à deux ondes synchrones (même fréquence), de même amplitude et en phase.



On observe alors une image totalement modifiée. Le film d'eau présente des lignes incurvées pour lesquelles la surface de l'eau en ces points est immobile. On ne retrouve plus les cercles du premier cas.

- ✓ deuxième expérience (à faire en cours) : on utilise cette fois des ondes acoustiques. Deux émetteurs  $E_1$  et  $E_2$  distants de  $a$  sont alimentés par un même GBF par un signal sinusoïdal de fréquence  $44 \text{ kHz}$ . On dispose un récepteur  $R$  à une distance  $d$  de  $E_1$  et  $E_2$ . Ce dernier est relié à un oscilloscope et un voltmètre.



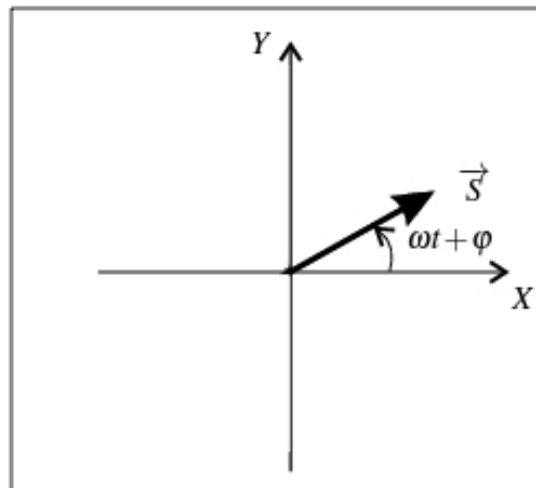
Lorsqu'on déplace  $R$  parallèlement à  $(E_1E_2)$ , on constate que l'amplitude du signal visualisé à l'oscilloscope varie et devient quasi-nulle pour certains points. Ceci est vérifiée par la mesure de  $V_{eff}$  au voltmètre sachant que, dans le cas d'un signal sinusoïdal

$$V_{eff} = \frac{\text{Amplitude}}{\sqrt{2}}$$

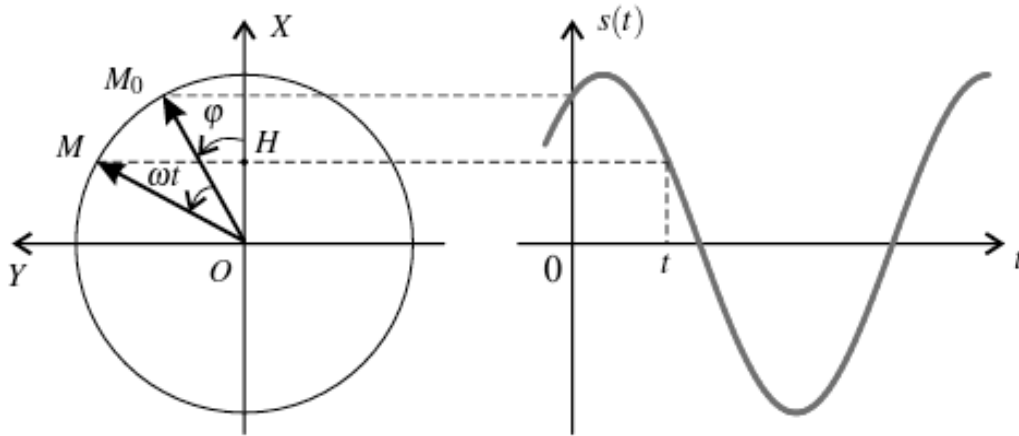
Remarque : les deux expériences précédentes illustrent le phénomène d'interférences entre deux ondes de même fréquence dans le cas d'ondes mécaniques ou acoustiques. Toutefois, ce phénomène existe dans d'autres domaines tels que l'optique (Expérience des trous d'Young) ou la physique des particules.

### 1.2. Représentation de Fresnel d'un signal sinusoïdal

A tout signal sinusoïdal, on peut associer un vecteur  $\vec{S}$  de norme égale à l'amplitude  $A$  du signal et effectuant à l'instant  $t$ , un angle  $\theta(t) = \omega t + \varphi$  avec l'axe des abscisses.



Au cours du temps, ce vecteur tourne autour de l'origine du repère.



On a alors une nouvelle interprétation de la pulsation  $\omega$  ; celle-ci correspond en effet à la vitesse de rotation du vecteur de Fresnel.

$$\dot{\theta}(t) = \frac{d}{dt}[\omega t + \varphi] = \omega$$

### 1.3. Superposition de deux ondes

Soient deux ondes progressives sinusoïdales associées aux signaux  $s_1(x,t)$  et  $s_2(x,t)$ .

$$s_1(x,t) = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1(x)) \text{ et } s_2(x,t) = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2(x))$$

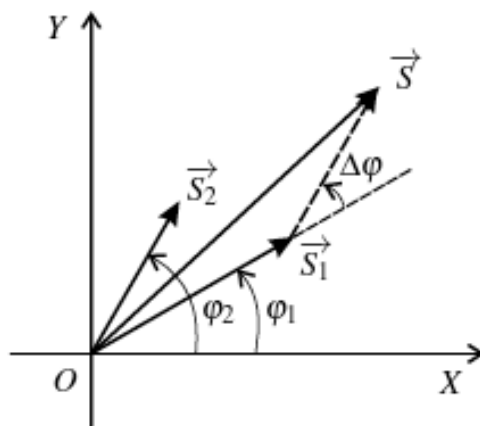
Soit  $s(x,t)$  le signal obtenu en superposant les deux ondes. On a :

$$s(x,t) = s_1(x,t) + s_2(x,t)$$

Au signal  $s_1(x,t)$  (resp.  $s_2(x,t)$ ), on associe un vecteur de Fresnel  $\vec{S}_1$  (resp.  $\vec{S}_2$ ). De même, on associe à  $s(x,t)$  le vecteur de Fresnel  $\vec{S}$ . On a alors :

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$$

On représente sur un diagramme les différents vecteurs de Fresnel pour une même abscisse  $x$  à un instant  $t$  donné ( $t=0$  par exemple).



On a :

$$\|\vec{S}_1\| = A_1 ; \|\vec{S}_2\| = A_2 ; \varphi_1 = (\vec{e}_X ; \vec{S}_1) ; \varphi_2 = (\vec{e}_X ; \vec{S}_2)$$

On notera par la suite :

$$\Delta\varphi(x) = \varphi_2(x) - \varphi_1(x) = (\vec{S}_1; \vec{S}_2)$$

On cherche à établir l'expression de l'amplitude  $A$  du signal  $s(x,t)$ .

On peut écrire :

$$\begin{aligned} A^2 &= \|\vec{S}\|^2 \\ &= \vec{S} \cdot \vec{S} \\ &= (\vec{S}_1 + \vec{S}_2) \cdot (\vec{S}_1 + \vec{S}_2) \\ &= \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_1 + \vec{S}_2 \cdot \vec{S}_2 + 2\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \\ &= A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi) \end{aligned}$$

On obtient ainsi que

$$A(x) = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\Delta\varphi(x))}$$

L'amplitude du signal résultant de la superposition des deux ondes n'est pas la somme des amplitudes des deux signaux ; elle n'est par ailleurs pas la même en tout point. Ceci permet d'expliquer les observations effectuées pour les deux expériences précédentes.

#### 1.4. Conditions d'interférences constructives ou destructives

L'amplitude n'étant pas la même en tout point, on peut dès lors calculer les minima et maxima d'amplitude de  $s(x,t)$ .

- $A = A_{\max}$  pour  $\Delta\varphi = 0$  ; les points concernés sont ceux pour lesquels  $s_1$  et  $s_2$  sont en phase (on parle d'interférences constructives)

$$A_{\max} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2} = \sqrt{(A_1 + A_2)^2} = A_1 + A_2$$

- $A = A_{\min}$  pour  $\Delta\varphi = \pi$  ; les points concernés sont ceux pour lesquels  $s_1$  et  $s_2$  sont en opposition de phase (on parle d'interférences destructives)

$$A_{\min} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2} = \sqrt{(A_1 - A_2)^2} = |A_1 - A_2|$$

Remarque : lorsque les deux ondes ont même amplitude  $A_1 = A_2$  alors on a

$$A_{\max} = 2A_1 \text{ et } A_{\min} = 0$$

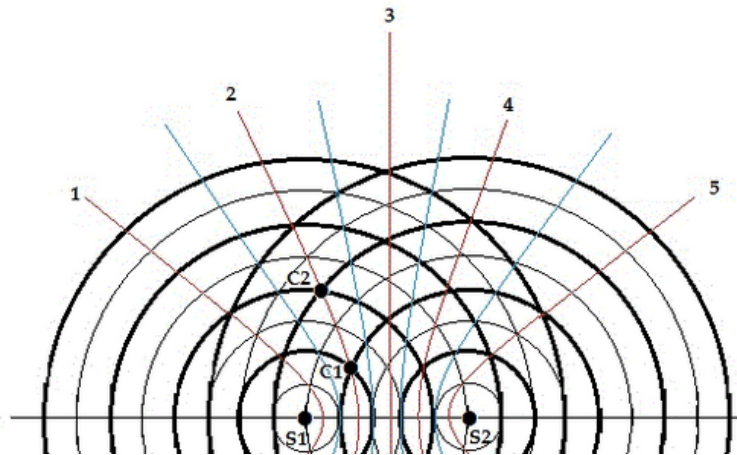
Il existe alors des points de l'espace pour lesquels l'amplitude est nulle et donc non affectés par le phénomène ondulatoire.

On obtiendra des interférences constructives donnant une amplitude maximale lorsque les deux signaux sont en phase au point considéré ( $\Delta\varphi = 0$ ).

On obtiendra des interférences destructives donnant une amplitude minimale lorsque les deux signaux sont en opposition de phase au point considéré ( $\Delta\varphi = \pi$ ).

### 1.5. Interprétation physique des phénomènes interférences observés

Revenons tout d'abord sur la première expérience effectuée avec la cuve à ondes. Le film d'eau présente des lignes incurvées constituées de points pour lesquels la surface de l'eau est immobile. Il s'agit des points pour lesquels on a interférences destructives.



Les points pour lesquels on a interférences destructives sont ceux pour lesquels on a un maximum (crête) pour une source et un minimum (creux) pour l'autre. Par construction graphique, on retrouve les lignes incurvées (branches d'hyperboles) en bleu. Les lignes rouges correspondent quant à elles aux points d'amplitude maximale (interférences constructives).

On peut mener une analyse similaire pour la seconde expérience. Les ondes émises par les deux émetteurs  $E_1$  et  $E_2$

## 2. Ondes stationnaires mécaniques

### 2.1. Réflexion d'une onde progressive

On considère une corde dont une extrémité est soumise à une perturbation quelconque et l'autre fixe. La propagation de l'onde dans la corde se trouve donc limitée dans l'espace.

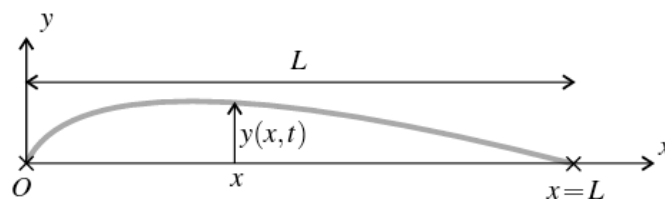
Illustration : [vidéo](#)

Remarque : dans l'expérience de la vidéo, la corde est remplacée par un ensemble de tiges horizontales fixées sur un ruban vertical, on fait se propager des ondes de torsion. Le mouvement des extrémités de tiges peut être assimilés à celui des points d'une corde.

On observe alors que l'onde se réfléchit sur l'extrémité fixe donnant naissance à une onde progressive réfléchi, se propageant en sens inverse de la première. La réflexion s'effectue par ailleurs avec changement de signe.

### 2.2. Réflexion dans le cas d'une onde progressive sinusoïdale

On considère désormais une corde fixée à ces deux extrémités.



Dans celle-ci se propage initialement une onde progressive sinusoïdale de pulsation  $\omega$  suivant les  $x$  croissants.

$$y_{\rightarrow}(x,t) = A_0 \cos(\omega t - kx)$$

Remarque : pour simplifier les expressions, on considèrera que le déphasage du signal est nul.

L'onde se réfléchit sur l'extrémité droite ( $x = L$ ) donnant naissance à une onde réfléchie se propageant en sens inverse.

$$y_{\leftarrow}(x,t) = A'_0 \cos(\omega t + kx + \varphi)$$

Lorsque l'onde réfléchie a pris naissance, le signal  $y(x,t)$  de l'onde résultante s'écrit :

$$y(x,t) = y_{\rightarrow}(x,t) + y_{\leftarrow}(x,t) = A_0 \cos(\omega t - kx) + A'_0 \cos(\omega t + kx + \varphi)$$

Les constantes  $A'_0$  et  $\varphi$  peuvent être déterminées à l'aide des conditions aux limites. L'extrémité d'abscisse  $x = 0$  étant fixe, on doit avoir à tout instant :

$$y(0,t) = A_0 \cos(\omega t) + A'_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Ceci implique d'avoir :

$$A'_0 = -A_0 \text{ et } \varphi = 0$$

On retrouve le changement de signe imposée par la réflexion du signal sur l'extrémité fixe.

On peut donc réécrire le signal  $y(x,t)$

$$y(x,t) = A_0 \cos(\omega t - kx) - A_0 \cos(\omega t + kx)$$

Or, on sait que

$$\cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

Soit

$$y(x,t) = 2A_0 \sin(\omega t) \sin(kx)$$

On obtient une expression très différente de celle d'une onde progressive. Les variables spatiale et temporelle apparaissent dans des fonctions distinctes traduisant l'indépendance des variations spatiales et temporelles. On dit que les variables sont découplées.

On peut écrire :

$$y(x,t) = 2A_0 \sin(\omega t) \sin(kx) = \pm A(x) \sin(\omega t)$$

avec  $A(x) = 2A_0 |\sin(kx)|$  et le signe étant le même que celui de  $\sin(kx)$

Illustration : [vidéo](#)

Tous les points de la corde vibrent alors en phase ou en opposition de phase avec une amplitude  $A(x)$  variant sinusoidalement d'un point à l'autre. On dit que la corde est le siège d'une onde stationnaire car on n'observe plus la propagation d'une déformation.

### 2.3. Noeuds et ventres d'une onde stationnaire

Dans le cas d'une onde fixée à ses deux extrémités, nous avons obtenu que le signal de l'onde stationnaire résultante s'écrit :

$$y(x,t) = 2A_0 \sin(\omega t) \sin(kx)$$

On peut remarquer que, pour certains points de la corde, on aura à tout instant :

$$y(x,t) = 0$$

Ces points sont appelés noeuds de vibration car ils sont immobiles malgré la présence de l'onde. Leurs positions répondent à la double condition

$$\sin(kx) = 0 \text{ et } x \in [0; L]$$

soit

$$kx = 0 [\pi] \Leftrightarrow x_n = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\lambda}{2} \quad (n \in \mathbb{N})$$

La distance séparant deux noeuds successifs est ainsi égale à la moitié de la longueur d'onde.

$$x_{n+1} - x_n = \frac{(n+1)\lambda}{2} - \frac{n\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}$$

Il existe également des points pour lesquels l'amplitude des vibrations est maximale et égale à  $2A_0$  ; ce sont les ventres de vibration dont les positions répondent à la double condition

$$\sin(kx') = \pm 1 \text{ et } x' \in [0; L]$$

soit

$$kx' = \frac{\pi}{2} [\pi] \Leftrightarrow x'_n = \frac{(2n+1)\pi}{2k} = \frac{(2n+1)\lambda}{4} \quad (n \in \mathbb{N})$$

La distance séparant deux ventres successifs est également égale à la demi-longueur d'onde.

$$x'_{n+1} - x'_n = \frac{(2n+3)\lambda}{4} - \frac{(2n+1)\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2}$$

On peut remarquer que les noeuds et ventres de vibration sont disposés de manière alternée. De plus, le milieu de deux noeuds de vibration successifs est un ventre et vice-versa. En effet, on a :

$$\begin{aligned} \frac{x_{n+1} + x_n}{2} &= \frac{(n+1)\lambda}{4} + \frac{n\lambda}{4} = \frac{(2n+1)\lambda}{4} = x'_n \\ \frac{x'_{n+1} + x'_n}{2} &= \frac{(2n+3)\lambda}{8} + \frac{(2n+1)\lambda}{8} = \frac{(4n+4)\lambda}{8} = \frac{(n+1)\lambda}{2} = x_{n+1} \end{aligned}$$

La distance entre un noeud et un ventre voisins est donc le quart de la longueur d'onde.

L'existence de noeuds et de ventres de vibration est une propriété caractéristique d'une onde stationnaire.

#### 2.4. Modes propres d'une onde stationnaire

Dans le second paragraphe, nous avons utilisé la condition sur une extrémité de la corde  $x = 0$  pour déterminer les deux constantes  $A'_0$  et  $\varphi$ . Intéressons nous maintenant aux conséquences de la condition sur la deuxième extrémité.

On a à tout instant  $t$

$$y(L, t) = 2A_0 \sin(\omega t) \sin(kL) = 0$$

Donc

$$\sin(kL) = 0$$

Soit :

$$kL = 0[\pi] \Leftrightarrow k_n = \frac{n\pi}{L} \quad (n \in \mathbb{N})$$

Remarque : le cas  $n=0$  n'a pas d'intérêt puisqu'il correspond à l'absence de phénomène ondulatoire dans la corde.

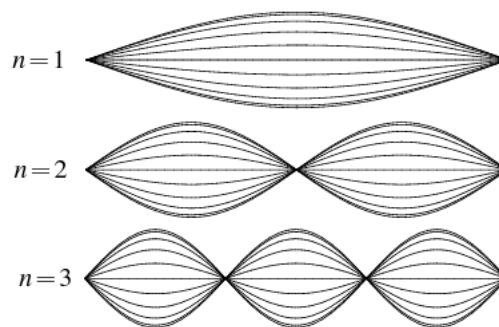
Cela implique que

$$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n} \quad (n \in \mathbb{N}^*)} ; \boxed{\omega_n = \frac{n\pi c}{L} \quad (n \in \mathbb{N}^*)}$$

On constate une quantification des ondes stationnaires pouvant exister dans une corde fixée à ses deux extrémités. Celles-ci sont appelées modes propres de la corde et seront notées

$$y_n(x,t) = y_{0_n} \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) \sin\left(\frac{nx\pi}{L}\right)$$

Pour les trois premiers modes propres, l'aspect de la corde est alors le suivant :



On peut noter que, pour le  $n^{\text{ième}}$  mode propre, on compte  $n$  ventres et  $n-1$  noeuds (sans tenir compte des extrémités).

Les modes propres ne peuvent être obtenus que pour des conditions d'excitation particulières. En revanche, nous admettrons que toute onde dans une corde fixée à ses deux extrémités peut s'écrire comme une combinaison linéaire des modes propres de celle-ci. On a :

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} y_{0_n} \sin\left(\frac{n\pi ct}{L}\right) \sin\left(\frac{nx\pi}{L}\right)$$

### 3. Interférences lumineuses - Exemple des trous d'Young

#### 3.1. Retard dû à la propagation

Soit une source S émettant une lumière monochromatique sinusoïdale telle que :

$$s(S,t) = A_{0_s} \cos(\omega t) \quad \text{avec} \quad \omega = 2\pi f$$

Dans un milieu d'indice constant  $n$ , la vitesse  $v$  de propagation de l'onde est :

$$v = \frac{c}{n}$$



Ainsi, l'onde arrive en un point M avec un retard :

$$\Delta t = \frac{SM}{v} = n \frac{SM}{c}$$

On peut donc écrire que le signal au point M reproduit celui au point S avec un retard  $\Delta t$ .

$$s(M, t) = s(S, t - \Delta t) = s(S, t - \frac{SM}{v})$$

Remarque : on néglige le plus souvent l'atténuation de l'onde lumineuse dans le milieu de propagation. On a ainsi :

$$A_{0_s} = A_{0_M} = A_0 \text{ et } s(M, t) = A_0 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{nSM}{c} \right) \right]$$

### 3.2. Chemin optique

Afin de simplifier l'expression précédente, on introduit le chemin optique, noté  $(SM)$  tel que :

$$(SM) = nSM$$

On obtient ainsi une expression valable pour tout milieu isotrope :

$$s(M, t) = A_0 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{(SM)}{c} \right) \right]$$

Dans l'exemple précédent, le milieu de propagation ayant un indice  $n$  constant (milieu homogène), l'onde lumineuse se propageait en ligne droite.

Généralisation : pour un milieu quelconque, on définit le chemin optique sur un rayon lumineux curviligne quelconque de A à B par la relation :

$$L = (AB) = \int_A^B n(M) dl$$

Interprétation : le chemin optique est la distance qui serait parcourue dans le vide par la même onde lumineuse durant le laps de temps mis pour aller de A à B dans le milieu considéré.

### 3.3. Déphasage dû à la propagation

Soient A et B deux points d'un même rayon lumineux. L'onde ne parvenant pas au même instant  $t$  en A et en B, il s'ensuit que la propagation introduit un déphasage entre ces deux points. Chacun de ces points est par ailleurs déphasé par rapport à la source S.

En effet, on peut écrire :

$$s(S, t) = A_0 \cos(\omega t)$$

$$s(A, t) = A_0 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{(SA)}{c} \right) \right]$$

$$s(B, t) = A_0 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{(SB)}{c} \right) \right] = A_0 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{(SA)}{c} - \frac{(AB)}{c} \right) \right] = A_0 \cos \left[ \omega \left( t - \frac{(SA)}{c} \right) - \frac{\omega(AB)}{c} \right]$$

On a ainsi que :

$$\phi_{B/A} = \phi_{B/S} - \phi_{A/S}$$

Comme on a :

$$\phi_{A/S} = \frac{\omega(SA)}{c} = k(SA) = \frac{2\pi}{\lambda}(SA) \text{ et } \phi_{B/S} = \frac{\omega(SB)}{c} = k(SB) = \frac{2\pi}{\lambda}(SB)$$

il vient :

$$\phi_{B/A} = \frac{\omega}{c}[(SB) - (SA)] = k(AB) = \frac{2\pi}{\lambda}(AB)$$

### 3.4. Différence de marche entre deux rayons lumineux

Soient deux rayons lumineux issus de deux sources lumineuses  $S_1$  et  $S_2$ , de même fréquence et de même amplitude, arrivant en un même point  $M$  de l'espace. On appelle différence de marche  $\delta_{2/1}(M)$  la différence entre les chemins optiques  $(S_1M)$  et  $(S_2M)$  :

$$\delta_{2/1}(M) = (S_2M) - (S_1M)$$

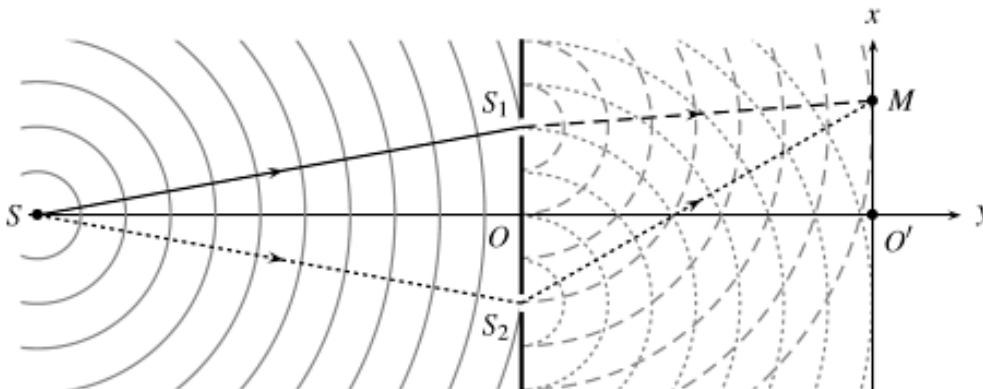
Les deux signaux arrivant au point  $M$  sont ainsi déphasés de :

$$\Delta\varphi(M) = \frac{\omega}{c} \times \delta_{2/1}(M)$$

### 3.5. Expérience des trous d'Young

#### 3.5.1. Présentation

Une onde émise par une source ponctuelle (à l'infini ou à distance finie) éclaire deux petits trous  $T_1$  et  $T_2$  percés dans une plaque opaque.  $T_1$  et  $T_2$  sont les sources secondaires notées par la suite  $S_1$  et  $S_2$ .



A priori, on a :

$$s_1(S_1, t) = A_1 \cos(\omega_1 t) \text{ et } s_2(S_2, t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi)$$

Si la source primaire  $S$  est située sur le plan médiateur des deux trous d'Young et à une distance suffisamment grande alors :

- au voisinage des trous, on peut assimiler les surfaces d'onde sphériques à des plans
- le plan contenant  $T_1$  et  $T_2$  est un plan d'onde pour  $S$
- les sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  vibrent en phase ( $\varphi = 0$ )

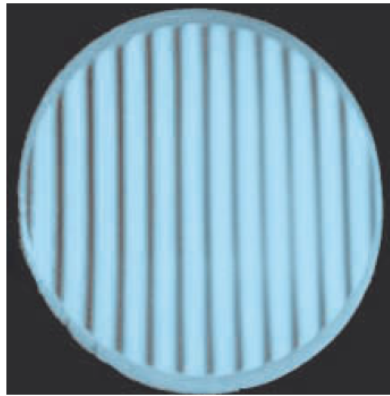
Les deux sources secondaires sont dites cohérentes. En effet, elles ne fonctionnent pas indépendamment l'une de l'autre comme ce serait le cas pour deux lampes spectrales branchées sur le secteur et qui éclaireraient un écran. Leur existence est liée à la division d'une surface d'onde issue de la source primaire  $S$ . Les ondes émises par  $S_1$  et  $S_2$  ont ainsi la même fréquence, celle de la source  $S$  ( $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ ).

Le dispositif de trous d'Young étant un diviseur d'onde symétrique (même intensité dans les deux voies), les deux sources secondaires  $S_1$  et  $S_2$  ont également la même amplitude ( $A_1 = A_2 = A_0$ ).

On a finalement :

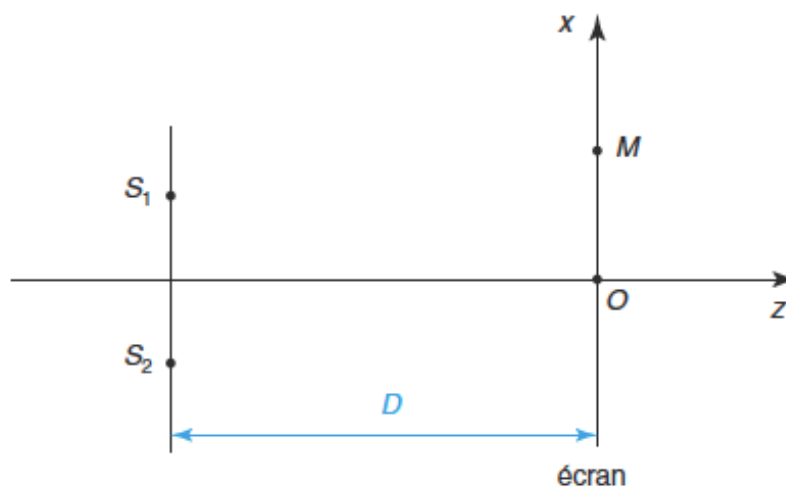
$$s_1(S_1, t) = A_0 \cos(\omega t) \text{ et } s_2(S_2, t) = A_0 \cos(\omega t)$$

L'écran étant placé parallèlement à l'axe  $S_1S_2$  sans le contenir, on obtient des franges rectilignes.



### 3.5.2. Calcul de la différence de marche

Pour interpréter cette expérience, on est ramené au problème suivant : soient deux sources ponctuelles, quasi-monochromatiques, cohérentes, à grande distance (finie)  $D$  d'un écran. Soit  $M$  un point de cet écran situé à la distance  $x$  du plan médiateur des deux sources.



On note  $a$  la distance entre les deux sources.

$$S_1S_2 = a$$

Dans l'espace, les points ont les coordonnées suivantes :

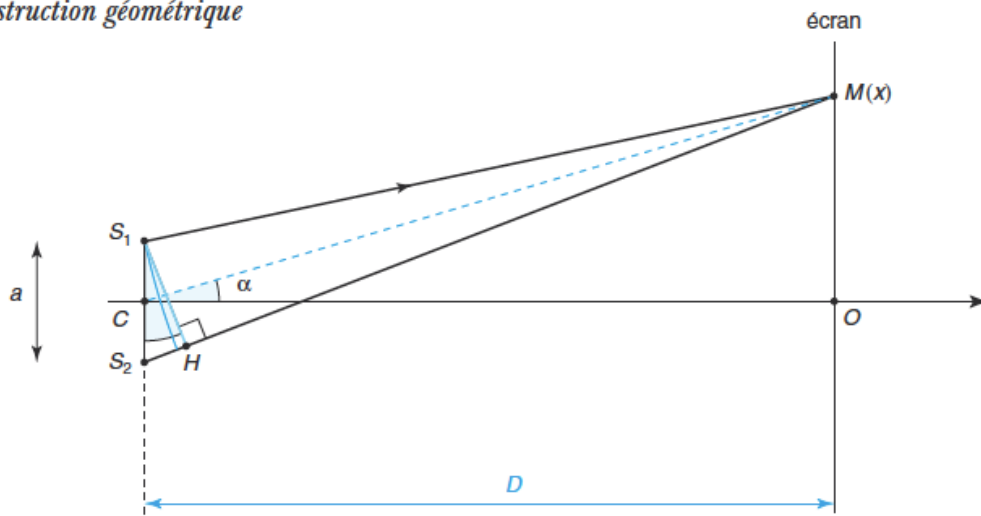
$$M(x,y,0) ; S_1\left(\frac{a}{2},0,-D\right) ; S_2\left(\frac{-a}{2},0,-D\right)$$

On suppose que l'expérience se déroule dans un milieu non dispersif homogène d'indice  $n$ .

Rappel : un milieu non dispersif est un milieu pour lequel l'indice  $n$  ne dépend pas de la longueur d'onde, autrement dit un milieu dans lequel toutes les ondes se propagent à la même vitesse, quelles que soient leurs fréquences.

Afin de calculer  $\delta_{2/1}(M)$ , on trace l'arc de cercle de centre  $M$  et de rayon  $S_1M$ . Comme  $x \ll D$  et  $a \ll D$ , on peut assimiler cet arc de cercle au segment de droite issu de  $S_1$  et perpendiculaire au rayon  $S_2M$ .

*Construction géométrique*



On note  $H$  le point d'intersection avec le rayon  $S_2M$ .  $C$  est le milieu du segment  $[S_1S_2]$ . Notre arc de cercle de centre  $M$  est une surface d'onde, ce qui signifie que  $H$  et  $S_1$  vibrent en phase soit :

$$(S_1M) = (HM)$$

Ainsi, on en déduit que :

$$\delta_{2/1}(M) = (S_2M) - (S_1M) \approx (S_2H) = n \times S_2H$$

D'après la construction, on a :

$$\widehat{OCM} = \alpha = \widehat{S_2S_1H}$$

Par ailleurs, cet angle est très faible car  $x \ll D$ . Ainsi :

$$\frac{x}{D} = \tan(\alpha) \approx \sin(\alpha) \approx \alpha$$

On obtient alors :

$$S_2H = S_1S_2 \times \sin(\alpha) = a \sin(\alpha)$$

$$\delta_{2/1}(M) \approx \frac{nx a}{D}$$

Il s'ensuit un déphasage :

$$\Delta\varphi(M) = \frac{\omega n x a}{c D} = \frac{2 n \pi x a}{D \lambda_{\text{vide}}} = \frac{2 \pi x a}{D \lambda}$$

### 3.5.3. Interprétation de la figure d'interférences

En reprenant la formule de Fresnel établie précédemment et donnant l'expression de l'amplitude de l'onde au point  $M$ , notée  $A(M)$ , on obtient :

$$A(M) = \sqrt{2A_0^2 + 2A_0^2 \cos(\Delta\varphi(M))}$$

On obtient ainsi une alternance de franges sombres et lumineuses avec :

- $A_{\text{max}} = 2A_0$  (franges lumineuses)
- $A_{\text{min}} = 0$  (franges sombres)

La nature de la frange (sombre ou brillante) en un point  $M$  dépend de l'abscisse  $x_1$ .

Deux franges sombres ou deux franges brillantes rectilignes consécutives sont séparées par la même distance qui représente l'interfrange  $i$ .

Comme entre deux franges consécutives de même nature, on a :

$$\Delta\varphi_{p+1} - \Delta\varphi_p = \pm 2\pi$$

et que, par ailleurs, on a :

$$\Delta\varphi(M) = \frac{\omega}{c} \delta_{2/1}(M) = \frac{\omega n x a}{c D}$$

On a alors :

$$\Delta\varphi_{p+1} - \Delta\varphi_p = \pm \frac{\omega n (x_{p+1} - x_p) a}{c D} = \pm \frac{2 \pi n c i a}{c D \lambda_{\text{vide}}} = \pm \frac{2 \pi c i a}{c D \lambda} = \pm 2\pi$$

$$\text{soit } i = \frac{\lambda D}{a}$$